

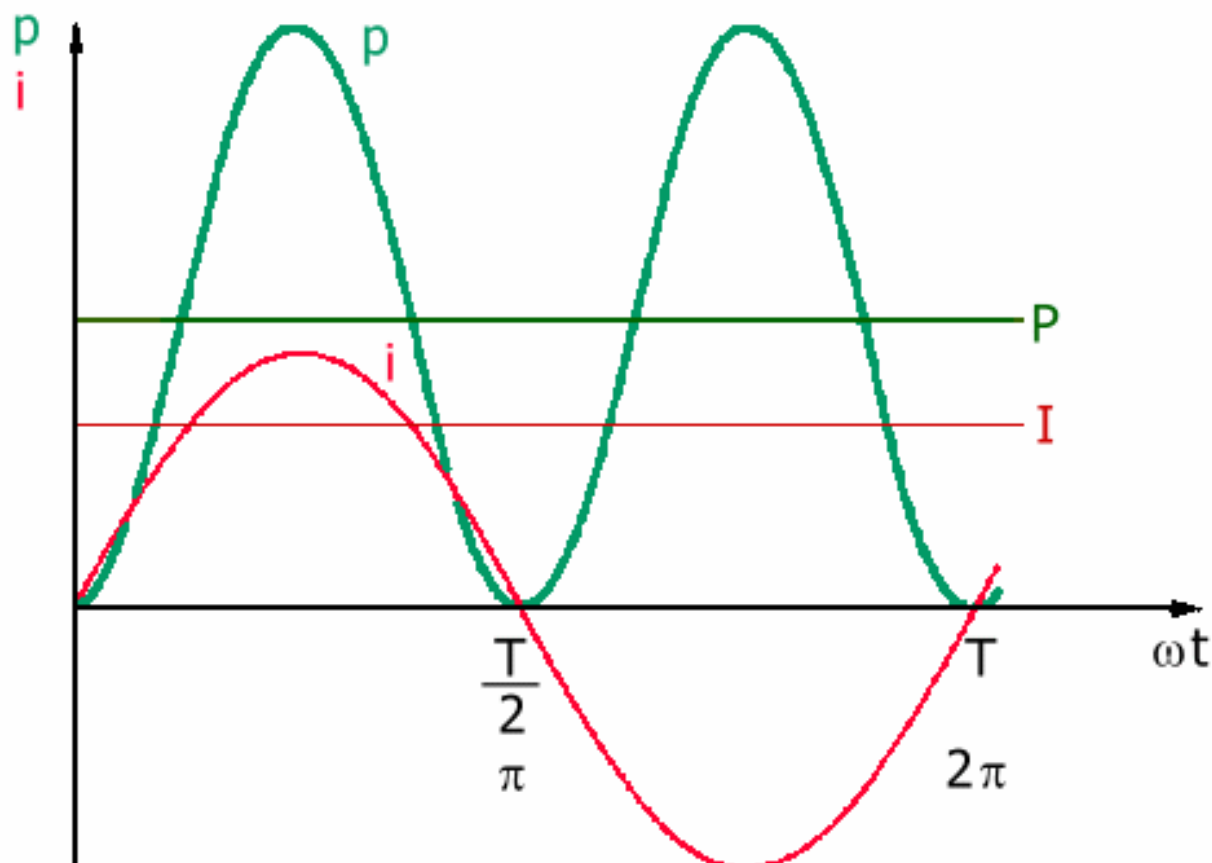
Mathematische Herleitung des Effektivwertes

Die **Leistung** an einem Verbraucher berechnet sich nach der Formel:

$$P = I^2 \cdot R$$

Da bei Wechselstrom die Stromstärke I und auch die Leistung P zeitlich veränderliche Größen sind, werden sie durch die Kleinbuchstaben i bzw. p dargestellt.

$$p = i^2 \cdot R$$



Das Bild zeigt einen sinusförmigen Wechselstrom und die daraus resultierende Leistung.

i Augenblickswert des Stromes **I** Effektivwert des Stromes

p Augenblickswert der Leistung **P** Effektivwert der Leistung

Die bei Wechselstrom während einer Periodendauer T erzeugte Wärmeleistung P berechnet sich durch das Integral über die Periodendauer gemäss folgender Formel:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot R \, dt$$

Zur Berechnung einer Gleichstromleistung, die in ihrer Höhe der

Wechselstromleistung entspricht werden die Formeln zur Leistungsberechnung bei Gleichstrom und Wechselstrom gleichgesetzt:

$$I^2 \cdot R = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot R \, dt$$

Löst man diese Gleichung nach I auf, so erhält man:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \, dt}$$

Der Momentanwert (Augenblickswert) i eines sinusförmigen Stromes berechnet sich aus dem Maximalwert \hat{i} gemäss der Formel:

$$i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$$

Setzt man nun diese Gleichung in die darüberstehende Gleichung ein und ersetzt die Periodendauer T durch 2π so erhält man:

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{i}^2 \cdot \sin^2(\omega t) \, d(\omega t)}$$

Durch die Berechnung des Integrals und Auflösung der Gleichung kommt man schließlich auf die bekannte Formel zur Berechnung des Effektivwertes:

$$\int_0^{2\pi} \sin^2(\omega t) \, d(\omega t) = \left(\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi$$

$$I = \hat{i} \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \pi}$$

$$I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

Der Scheitelfaktor $\sqrt{2}$ entspricht in etwa dem Wert 1,41.

Verwandte Themen: [Sinusförmige Wechselspannung/Wechselstrom](#) | [Scheitelwert](#) | [Effektivwert](#) | [Gradmaß und Bogenmaß](#) | [Periodendauer und Frequenz](#) | [Kreisfrequenz](#) | [Augenblickswert](#)